



О.Ю. Динариев
канд. физ.-мат. наук
Московский научно-исследовательский центр
Шлюмберже¹
научный советник
odinariev@slb.com



А.Ю. Демьянов
канд. физ.-мат. наук
Московский научно-исследовательский
центр Шлюмберже¹
старший научный сотрудник
ademianov@slb.com



Н.В. Евсеев
Московский научно-
исследовательский центр
Шлюмберже¹
старший научный сотрудник
nevseev@slb.com



В.К. Хан
Московский научно-исследовательский центр
Шлюмберже¹
руководитель научного отдела
vkhhan2@slb.com

Применение цифрового анализа керна для подсчета запасов и обоснования коэффициента извлечения нефти

¹Россия, 125171, Москва, Ленинградское шоссе, 16А, стр. 3.

Представлен обзор технологии цифрового анализа керна применительно к задачам, связанным с оценкой геологических запасов жидких углеводородов и обоснованием коэффициента нефтеотдачи. Описаны этапы построения цифровой модели породы и флюидов, а также современные возможности расчетов гидродинамических и петрофизических свойств керна на поровом уровне. Приведены примеры расчетов на поровом уровне

Ключевые слова: цифровой анализ керна; метод функционала плотности; петрофизические свойства; коэффициент вытеснения

3

начительный прогресс в развитии высокопроизводительных вычислительных средств затронул все технологические этапы разработки месторождений жидких углеводородов. В частности, наблюдается повсеместное внедрение цифровых технологий, включая обработку и анализ больших массивов данных и последующее принятие решений на основе машинного обучения. Возможность конструктивного использования больших объемов информации создает тенденцию все более детального описания технологических процессов. В частности, рост детализации в цифровых геологических и гидродинамических моделях месторождений сопровождается новыми цифровыми методами анализа гидродинамических, физических и химических процессов в породах коллекторов на поровом уровне. Этот раздел информационного обеспечения проектирования разработки характеризуется термином «цифровой анализ керна».

Более подробно – цифровой анализ керна (ЦАК) объединяет ряд экспериментальных и вычислительных методов для определения различных параметров пород-коллекторов на поровом уровне, включая геометрические, минералогические, фильтрационно-емкостные и другие характеристики. В ЦАК можно выделить три важные части:

- построение трехмерной модели образца породы высокого разрешения, позволяющей описать геометрию порового пространства и, при необходимости, пространственное распределение минералогического состава;
- построение цифровых моделей пластовых флюидов и агентов воздействия, описывающих их поведение на поровом уровне, включая взаимодействие флюидов между собой и с окружающей породой;
- численное моделирование на поровом уровне для расчета гидродинамических и петрофизических параметров исследуемого образца породы.

Целесообразно обсудить все эти три составляющие по отдельности.

Первым этапом ЦАК является создание цифровой модели образца породы. Эта модель должна отображать трехмерную структуру породы, в первую очередь, геометрию порового пространства. В настоящее время основным методом получения таких моделей является рентгеновская микротомография [1, 2]. Суть метода состоит в том, что при просвечивании образца породы рентгеновским лучом наблюдается интегральный коэффициент поглощения, определяемый энергией излучения, распределением плотности породы и минералогическим соста-

вом вдоль луча. Компьютерная обработка данных поглощения для разных ориентаций луча по отношению к образцу породы позволяет получить пространственное распределение коэффициента поглощения с определенным шагом дискретизации при разбиении исследуемого образца на ячейки трехмерной сетки (воксели). Далее, опираясь на определенное пороговое значение коэффициента поглощения, можно разбить трехмерную сетку на два подкласса, соответствующих порам и минеральному скелету, и таким образом, получить модель структуры порового пространства с заданным разрешением, соответствующим шагу дискретизации. В ряде случаев кроме порового пространства требуется построение распределения минерального состава. Эта задача может решаться путем совместного использования минералогического анализа на двумерных шлифах и трехмерного распределения коэффициента поглощения на ячейках минерального скелета на одном и том же образце породы [3].

Описанная процедура построения цифровой модели породы имеет ряд ограничений. Так, имеются технические ограничения, связанные с возможностями современными серийной аппаратуры: а) нижний порог шага дискретизации около 0,5 мкм, б) верхний предел на количество ячеек трехмерной сетки имеет порядок 10^{10} . Наличие нижнего порога дискретизации означает, что рентгеновская микротомография не может использоваться для построения моделей породы, когда существенное значение имеют поры с размерами в нанометровом диапазоне. В этом случае может применяться метод растровой электронной микроскопии с фокусированным ионным пучком (*FIB-SEM, focused ion beam – scanning electron microscopy*) [4], который позволяет создавать модели с пространственным разрешением 10–50 нм. Однако наличие верхнего предела на количество ячеек трехмерной сетки означает, что нельзя подобрать адекватный шаг пространственной дискретизации для пород с широким диапазоном размеров пор. Так, для шага дискретизации 10 нм физический размер модели не будет превышать десятков микрон, что в подавляющем множестве случаев недостаточно для представительного описания поровой структуры пород-коллекторов. С другой стороны, для моделей пород с кавернами, имеющими размеры 10 мм и выше, нельзя использовать шаг дискретизации ниже 10 мкм и, следовательно, невозможно адекватно описать структуру пор в микрометровом и нанометровом диапазоне.

Вышеуказанные проблемы решаются при использовании методики иерархических циф-



Рис. 1.

Технология перехода от цифровых моделей породы высокого разрешения с малыми размерами к моделям низкого разрешения с большими размерами

ровых моделей породы, когда для описания структуры стандартного или полноразмерного керна используются модели низкого пространственного разрешения, позволяющие явно визуализировать лишь крупные поры. При этом неразрешенная пористость оказывается ассоциированной с ячейками минерального скелета. Для этих ячеек отдельно создаются модели с высоким пространственным разрешением, позволяющим адекватно отобразить структуру порового пространства и, соответственно, вычислить фильтрационно-емкостные и петрофизические параметры. Эти параметры затем приписываются исходным ячейкам модели низкого разрешения, что позволяет осуществлять численной моделирование гидродинамических и физико-химических процессов на модели низкого разрешения (*рис. 1*). Изложенный подход реализует переход от описания на уровне пор к описанию на уровне керна, в настоящее время он является стандартным в компании «Шлюмберже» при применении ЦАК в коммерческих проектах. Таким образом, реализуется апскейлинг от микромоделей к макромоделям вплоть до уровня стандартного и полноразмерного керна.

Необходимо отметить, что эффективное использование ЦАК определяется правильным выбором репрезентативных образцов породы. Эта задача решается путем тщательного анализа геологической модели рассматриваемого объекта разработки с учетом имеющихся литологических особенностей и диапазона фильтрационно-емкостных свойств. По существу, выбор образцов породы для ЦАК ничем не отличаются от выбора образцов для традиционных лабораторных исследований керна.

Вторым этапом ЦАК является создание цифровых моделей пластовых флюидов и агентов воздействия, позволяющих описать на поровом уровне гидродинамические и физико-химические процессы, в которые могут быть вовлечены пластовые смеси. Более конкретно, под цифровой моделью флюида или флюидов понимает-

ся набор численных характеристик, необходимых и достаточных для осуществления расчетов рассматриваемых процессов в рамках используемых моделей этих процессов. Содержание цифровых моделей флюидов определяется, с одной стороны, спецификой тех задач, которые решаются в данном проекте, с другой стороны, теоретическими концепциями, применяемыми для решения этих задач путем расчетов на поровом уровне. В частности, в компании «Шлюмберже» принят подход к описанию термодинамических свойств пластовой системы на основе представления энергии Гельмгольца или энтропии в виде функционала, зависящего от распределения мольных плотностей химических компонентов пластовых флюидов в порах породы. Соответственно, необходимы количественные значения параметров, обеспечивающие конструктивную вычислительную процедуру для функционала энергии Гельмгольца или энтропии. Далее, нужны количественные значения параметров, характеризующих динамические и кинетические явления: коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости, матрицу коэффициентов диффузии и проч. В общем случае, создание цифровых моделей флюидов осуществляется посредством выполнения ряда экспериментальных исследований и вычислительных процедур: а) лабораторных измерений физико-химических, термодинамических, реологических параметров пластовых флюидов и агентов воздействия, б) лабораторных измерений параметров взаимодействия пластовых флюидов и агентов воздействия между собой и с породами месторождения, в) обработка и преобразования результатов измерений в цифровой формат, необходимый для последующего численного моделирования гидродинамических и петрофизических процессов.

Когда цифровые модели породы и флюидов построены, можно переходить к третьему этапу: численному моделированию на поровом уровне для расчета гидродинамических

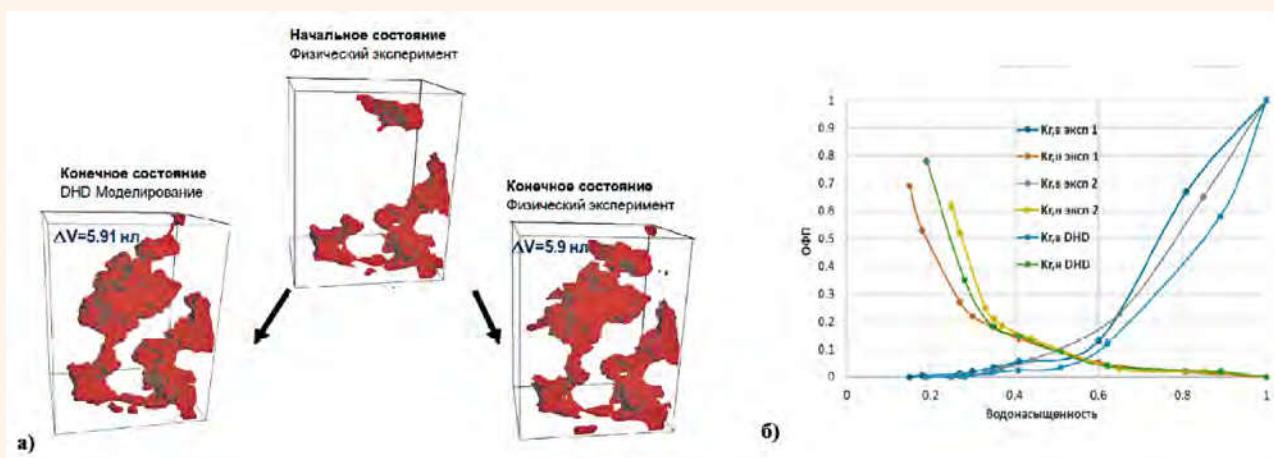


Рис. 2.

Сравнение экспериментов и расчетов DHD: а) эксперимента и расчета на поровом уровне при вытеснении воды нефтью, скелет породы и вода сделаны прозрачными; б) эксперимента и расчета по фазовым проницаемостям для нефти и воды, фазовые проницаемости измерялись дважды на одном и том же образце, и они не совпадают, а расчетные значения находятся в пределах экспериментальных вариаций

и петрофизических характеристик рассматриваемого образца породы. В настоящее время существуют разные подходы к моделированию поведения многофазных смесей в порах. В компании «Шлюмберже» подобные задачи решаются с помощью программного комплекса DHD (*DirectHydroDynamics*). Теоретическим фундаментом, заложенным в DHD, является метод функционала плотности в гидродинамике [5]. Создание DHD восходит к 1995 г., когда были сформулированы основные принципы гидродинамического описания многокомпонентных смесей на поровом уровне в рамках теории функционала плотности [6]. В течении более чем 25 лет, прошедших с публикации первой работы, была осуществлена большая работа, как по практическим приложениям к различным задачам, так и по совершенствованию и тестированию расчетной схемы DHD. В частности, в 2009–2013 гг. была реализована программа валидации расчетов DHD на основе сравнения с теоретическими и экспериментальными данными по многофазной гидродинамике [7, 8], в том числе с лабораторными измерениями фазовых проницаемостей для ряда пористых сред. На рис. 2 приведены некоторые примеры результатов валидации.

Кратко изложим основные положения, реализованные в программе DHD. Для изотермических задач первичными переменными, на основе которых вычисляются все остальные величины, являются трехмерные распределения мольных плотностей химических компонентов смеси и массовой скорости в поровом пространстве. Для неизотермических задач добавляется распределение температуры. Энергия Гельмгольца или энтропия системы не зависит

от поля скорости и определяется остальными первичными переменными, т.е. являются функционалами мольных плотностей и температуры. Эволюция первичных переменных во времени задается гидродинамическими уравнениями: локальными законами сохранения компонентов и импульса для изотермических задач и дополнительным уравнением сохранения энергии для неизотермических задач. При этом определяющие соотношения (явные выражения для тензора напряжений, диффузионных и тепловых потоков), а также граничные условия оказываются зависимыми от явного выражения для используемого функционала плотности. Использованный подход позволил сделать DHD универсальным композиционным многофазным гидродинамическим симулятором в том смысле, что для всевозможных задач с разными пластовыми смесями применяется одно и тоже вычислительное ядро. Различия в расчетах связаны только подключением к ядру термодинамических и реологических модулей, обусловленных спецификой рассматриваемой задачи. Возможности этих дополнительных модулей обеспечивают необходимый уровень детальности описания пластовых систем при разработке месторождений нефти и газа, в том числе учет состава фаз (нефти, газа, воды), капиллярного давления и связанных с ним явлений, разных реологических законов для имеющихся фаз, разных видов смачиваемости (гидрофильтрной, гидрофобной, смешанной), фазовых переходов типа «газ – жидкость» (например, для газо-конденсатов и летучих нефтей), фазовых переходов «жидкость – твердое тело» (например, для выпадения и растворения солей) и др. Отметим также возможность расчета процессов с поверхностно-активными веществами,

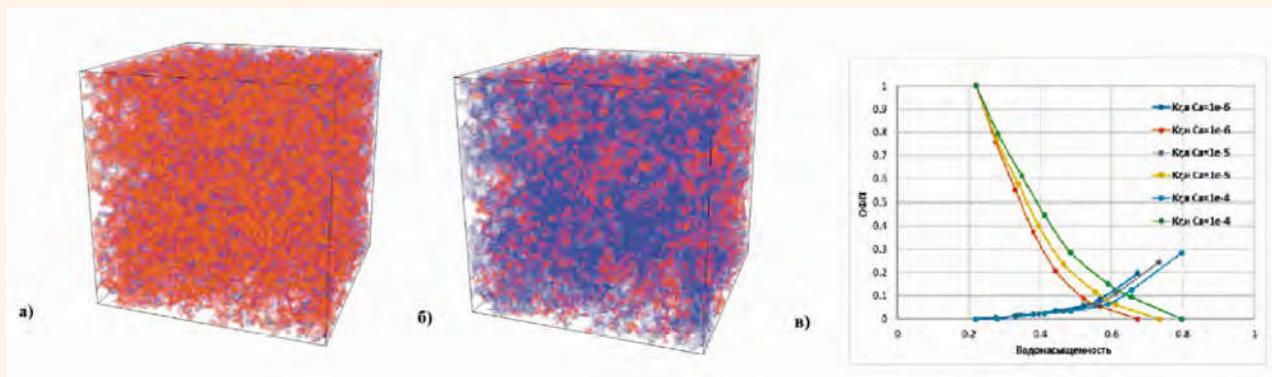


Рис. 3.

Результаты расчетов на модели песчаника со смешанной смачиваемостью, вода показана полупрозрачным голубым цветом, нефть – красным, скелет модели не показан, размер модели $800 \times 800 \times 800$ ячеек ($2,1 \text{ мм} \times 2,1 \text{ мм} \times 2,1 \text{ мм}$): а – расчет остаточной водонасыщенности 0,22; б – расчет остаточной нефтенасыщенности 0,34; в – расчет фазовых проницаемостей в зависимости от капиллярного числа

включая системы с микро- и макроэмulsionями, и химическими реакциями (например, процесс кислотной обработки). Совокупность всех этих опций позволяет осуществлять расчет фазовых проницаемостей для двухфазных и трехфазных смесей, а также определять коэффициент вытеснения для разных методов увеличения нефтеотдачи. Пример результатов моделирования для системы «нефть – вода» представлен на рис. 3, в том числе зависимость ОФП от капиллярного числа $Ca = \nu\mu/\eta$, где ν – средняя скорость течения, μ – сдвиговая вязкость вытесняющего агента, η – межфазное поверхностное натяжение «нефть – вода».

Особое положение занимают задачи, связанные с расчетом петрофизических параметров. Программный комплекс DHD предоставляет возможность рассчитывать на поровом уровне величины, измеряемые при проведении геофизических исследований скважин, с помощью дополнительных петрофизических модулей. Именно, в результате гидродинамического моделирования можно получить распределение пластовых флюидов в поровом пространстве цифровой модели породы, а затем использовать эти данные, как исходные, для расчета электрического сопротивления, диэлектрической проницаемости, наблюдаемого сигнала при исследованиях методом ядерного магнитного резонанса и геомеханических свойств насыщенной породы. Таким образом, решается прямая задача для интерпретации различных геофизических исследований, что может быть использовано в качестве обучающей информации для решения обратной задачи средствами нейронных сетей.

Обсудим упомянутые петрофизические модули более подробно.

Электрическое сопротивление вычисляется для получения: а) параметра пористости, б) параметра насыщения. В случае многофазно-

го насыщения DHD предоставляет равновесное распределение воды в поровом пространстве при заданном значении водонасыщенности в исследуемом образце. Далее, для известного распределения воды с заданной проводимостью численно решается трехмерная задача о стационарном электрическом токе, после чего определяется величина общей проводимости образца. Необходимо отметить, что для низких значений водонасыщенности существенный вклад в общую проводимость может давать поверхностная проводимость, связанная с повышенной концентрацией ионов вблизи стенок пор в связи с образованием двойных электрических слоев. Для учета этого явления проводится предварительное численное моделирование формирования этих двойных слоев на моделях с нанометровым разрешением и вычисление величины поверхностной проводимости. После этого вычисление интегральной электрической проводимости образца породы осуществляется в рамках так называемого подхода «3D+2D», когда объемная проводимость ассоциируется в трехмерной модели с общей проводимостью водной фазы, а поверхностная проводимость ассоциируется с двумерными поверхностями пор, находящимися в контакте с водной фазой. Пример результатов моделирования представлен на рис. 4.

Расчет диэлектрической проницаемости флюидонасыщенного образца породы осуществляется в комплексной постановке, учитывающей тот факт, что для заданной частоты внешнего поля диэлектрическая проницаемость и электрическая проводимость объединяются в одну комплексную частотно-зависимую функцию. Как и в задаче о электрической проводимости, DHD предоставляет равновесное распределение фаз в поровом пространстве, которое затем используется для решения

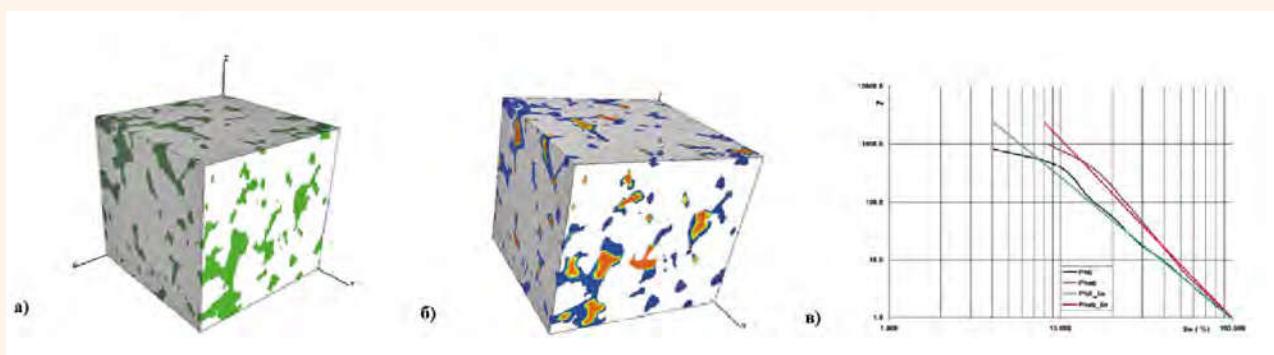


Рис. 4.

Расчет проводимости на модели $200 \times 200 \times 200$ с разрешением $3,01 \text{ мкм}/\text{воксель}$: а – внешний вид модели; б – вариант с двухфазным насыщением; в – расчет параметра насыщения для гидрофильного и гидрофобного случаев

уравнений Максвелла в комплексной постановке для заданной частоты. Кроме того, при необходимости также применяется подход «3D+2D» для учета вклада возможного влияния двойных электрических слоев.

Для расчета интегрального отклика магнитных моментов протонов при исследованиях методом ядерного магнитного резонанса производится численное моделирование динамики этих магнитных моментов путем решения уравнения Блоха-Торри в поровом пространстве [9]. При этом в качестве входной информации используется равновесное распределение фаз в поровом пространстве образца породы, полученное с помощью DHD, а также коэффициенты самодиффузии, времена продольной и поперечной релаксации и коэффициенты взаимодействия со стенками породы для присутствующих фаз. В результате численного моделирования можно получить теоретические распределения T2, двумерные диаграммы D-T2 и прочее. Как уже отмечалось, эти данные представляют решение прямой задачи интерпретации ядерно-магнитного каротажа и могут быть использованы для построения алгоритмов решения обратной задачи методами машинного обучения. Изложенная методика схематично представлена на рис. 5.

В числе доступных петрофизических опций численного моделирования на поровом уровне также имеется возможность расчета геомеханических параметров для образца флюидонасыщенной породы: матрицы жесткости, параметра Био, эффективного модуля Юнга, коэффициента Пуассона и, следовательно, продольной и поперечной скорости. Расчет производится путем численного решения задачи о геомеханическом равновесии образца для серии стандартных видов нагружения. Геомеханические параметры скелета породы задаются на основе анализа минералогического состава, причем может быть использована заранее созданная трехмерная цифровая минералогическая модель породы.

При этом равновесное распределение подвижных фаз (газа, воды, нефти) в поровом пространстве задается по результатам гидродинамических расчетов DHD. По результатам расчета деформаций образца породы для стандартных видов нагружения могут быть найдены все геомеханические параметры, которые в общем случае соответствуют анизотропной упругой реологии.

Важно подчеркнуть, что ЦАК не заменяет лабораторные исследования керна, а расширяет и дополняет эти исследования посредством численных экспериментов. Кроме того, ЦАК не может быть реализован без предварительных экспериментальных исследований породы и пластовых флюидов. Так, для определения оптимальных параметров сканирования необходимо иметь предварительную информацию о распределении пор по размерам, для чего обычно применяется капилляриметрия. Кроме того, необходимы экспериментальные данные, позволяющие сформировать цифровые модели флюидов. В то же время численные эксперименты, выполненные в рамках ЦАК, могут количественно и качественно поднять уровень знания о характеристиках керна. Приведем несколько примеров таких количественных и качественных возможностей.

Что касается количественных преимуществ, ЦАК во многих случаях позволяет сэкономить временные и экономические ресурсы на получение гидродинамической и петрофизической информации. Так, временные затраты на получение относительных фазовых проницаемостей посредством ЦАК могут быть в десятки раз меньше по сравнению с аналогичными лабораторными работами. Существуют ситуации (например, для низкопроницаемых и слабосцепментированных пород), когда лабораторные исследования могут быть настолько трудоемки и затратны, что ЦАК фактически является единственной практически реализуемой альтернативой.

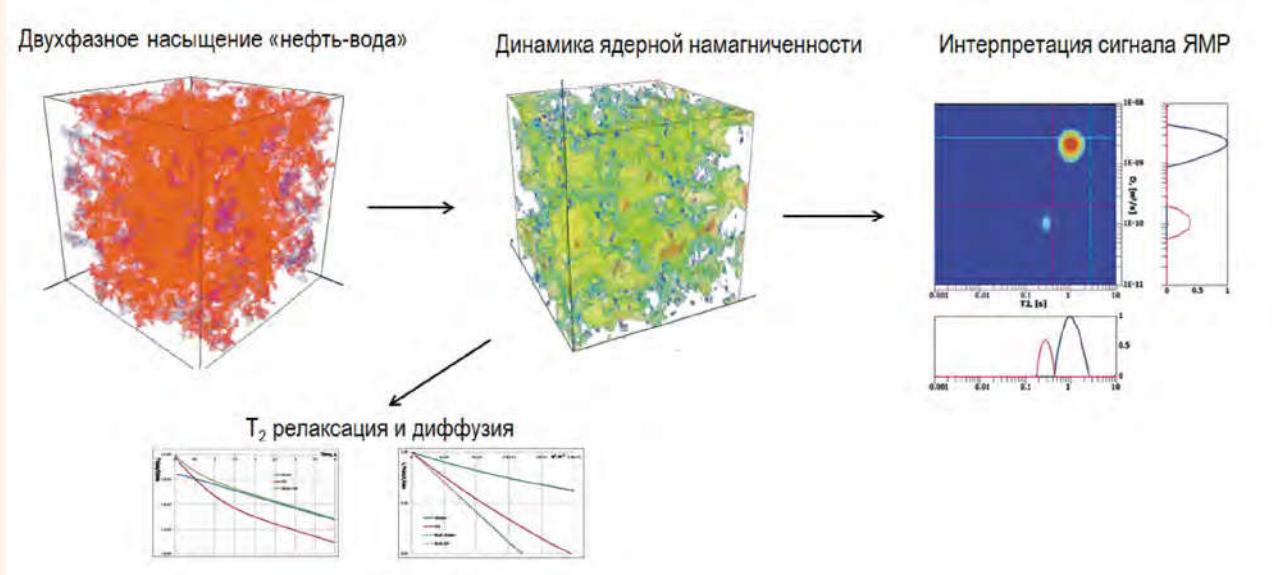


Рис. 5.

Методика моделирования и интерпретации исследований на основе ядерного магнитного резонанса

Следует также указать на ряд качественных преимуществ, связанных с применением ЦАК. Именно, при исследовании эффективности методов увеличения нефтеотдачи в лабораторных условиях невозможно провести сравнительный анализ эффективности и определить оптимальный метод и режим воздействия, поскольку каждый подобный эксперимент необратимо меняет объект исследования. В то же время ЦАК позволяет проводить любую серию экспериментов с тем же самым цифровым двойником исходного образца породы и оптимизировать вариант воздействия на поровом уровне. Таким образом, ЦАК может улучшить оценку достижимого коэффициента вытеснения и, следовательно, коэффициента извлечения нефти для объекта разработки. К другим качественным преимуществам ЦАК следует отнести возможность учета реальных свойств пластовых флюидов и агентов воздействия в отличие лабораторных подходов, опирающихся на модельные флюиды. Также важным преимуществом ЦАК является возможность анализа распределения флюидов в порах на разных этапах эволюции пластовой системы в процессе разработки месторождения. В частности, ЦАК позволяет рассчитать начальное состояние пластовой системы на поровом уровне в соответствии с геологическими условиями, что может существенно отличаться от условий, создаваемых при лабораторных исследованиях. В последнем случае ЦАК может дать более надежное обоснование геологических запасов.

ЦАК является новым и перспективным цифровым инструментом, который расширяет информационную базу геологического и гид-

родинамического моделирования. Этот метод уточняет петрофизические зависимости, необходимые для интерпретации геофизических исследований скважин и оценки запасов, и помогает принять решение по стратегии разработки месторождения с оптимальным коэффициентом извлечения нефти. Компания «Шлюмберже» выполняет коммерческие проекты по ЦАК с 2013 г.

Современные требования к углеводородной энергетике формируют запрос на качественно новый уровень эффективности при разработке месторождений. Одними из ключевых решений является создание и активное внедрение новых цифровых технологий и масштабная цифровая трансформация в отрасли на базе облачных инфраструктур и единой платформы данных, относящихся к геологоразведке, разработке и добывче углеводородов, например, *OSDU* (*Open Subsurface Data Universe*). В настоящее время компании из сектора разведки и добычи предпринимают усилия по выстраиванию качественно новых моделей работы на основе автоматизации операций с большими массивами данных. Современные цифровые технологии дают возможность осуществлять принятие решений на базе глубокого анализа и качественно новой информации, полученной с использованием искусственного интеллекта. Это также позволяет организовать сквозные бесшовные цифровые рабочие процессы на основе общих данных, инструментах и принципах взаимодействия. По нашему мнению, ЦАК является одним из ключевых элементов такой платформы и неотъемлемой частью цифровых производственных процессов нового поколения. **❶**

Литература

1. Buzug T. Computed Tomography: From Photon Statistics to Modern Cone-Beam CT. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2008. 522 p.
2. Withers P.J. X-ray Nanotomography // Materials Today. 2007. No. 10 (12). P. 26–34.
3. Igor V., Yakimchuk I. and Sharchilev B. Segmentation of 3D image of a rock sample supervised by 2D mineralogical image // 2015 3rd IAPR Asian Conference on Pattern Recognition (ACPR). 2015. P. 346–350.
4. Reimers I., Safonov I., Kornilov A., Yakimchuk I. Two-Stage Alignment of FIB-SEM Images of Rock Samples // Journal of Imaging. 2020. Vol. 6. P. 107–126.
5. Демьянин А.Ю., Динариев О.Ю., Евсеев Н.В. Основы метода функционала плотности в гидродинамике. М.: Физматлит. 2009. 312 с.
6. Динариев О.Ю. О гидродинамическом описании многокомпонентной многофазной смеси в узких порах и тонких слоях // Прикладная математика и механика. 1995. Т. 59. Вып. 5. С. 776–783.
7. Koroteev D. et al. Direct Hydrodynamic Simulation of Multiphase Flow in Porous Rock // Petrophysics. 2014. Vol. 55. No.3. P. 294–303.
8. Armstrong R.T. et al. Modeling of Pore-Scale Two-Phase Phenomena Using Density Functional Hydrodynamics // Transport in Porous Media. 2016. Vol. 112. No. 3. P. 577–607.
9. Evseev N., Dinariev O., Hurlmann M., Safonov S. Coupling Multiphase Hydrodynamic and NMR Pore-scale Modeling for Advanced Characterization of Saturated Rocks // SCA2014-026. 12 P.

UDC 553.98;553.04

O.Yu. Dinariev, PhD, Scientific Advisor, Schlumberger Moscow Research Center¹, odinariev@slb.com

A.Yu. Demianov, PhD, Senior Researcher, Schlumberger Moscow Research Center¹, ademianov@slb.com

N.V. Evseev, Senior Researcher, Schlumberger Moscow Research Center¹, nevseev@slb.com

V.K. Khan, Head of Scientific Department, Schlumberger Moscow Research Center¹, vkhan2@slb.com

¹16A, bldg. 3, Leningradskoe shosse, Moscow, 125171, Russia.

Implementation of Digital Rock Analysis for Evaluation of Reserves and Justification of Oil Recovery Coefficient

Abstract. The review of the digital rock analysis applications to the evaluation of fluid hydrocarbon reserves and the justification of oil recovery coefficient is presented. The stages of digital rock and fluid model construction are described as well as modern capabilities for the computation of hydrodynamic and petrophysical properties. The examples of pore-scale computations are given.

Keywords: digital rock analysis; density functional method; petrophysical properties; displacement coefficient

References

1. Buzug T. Computed Tomography: From Photon Statistics to Modern Cone-Beam CT. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2008. 522 p.
2. Withers P.J. X-ray Nanotomography // Materials Today. 2007. No. 10 (12). P. 26–34.
3. Igor V., Yakimchuk I. and Sharchilev B. Segmentation of 3D image of a rock sample supervised by 2D mineralogical image // 2015 3rd IAPR Asian Conference on Pattern Recognition (ACPR). 2015. P. 346–350.
4. Reimers I., Safonov I., Kornilov A., Yakimchuk I. Two-Stage Alignment of FIB-SEM Images of Rock Samples // Journal of Imaging. 2020. Vol. 6. P. 107–126.
5. Dem'yanov A.Iu., Dinariev O.Iu., Evseev N.V. *Osnovy metoda funktsionala plotnosti v gidrodinamike* [Fundamentals of the density functional method in hydrodynamics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, 312 p.
6. Dinariev O.Iu. *O gidrodinamicheskrom opisanii mnogokomponentnoi mnogofaznoi smesi v uzkikh porakh i tonkikh sloiakh* [On the hydrodynamic description of a multicomponent multiphase mixture in narrow pores and thin layers]. *Prikladnaya matematika i mehanika* [Applied Mathematics and Mechanics], 1995, vol. 59, issue 5, pp. 776–783.
7. Koroteev D. et al. Direct Hydrodynamic Simulation of Multiphase Flow in Porous Rock // Petrophysics. 2014. Vol. 55. No.3. P. 294–303.
8. Armstrong R.T. et al. Modeling of Pore-Scale Two-Phase Phenomena Using Density Functional Hydrodynamics // Transport in Porous Media. 2016. Vol. 112. No. 3. P. 577–607.
9. Evseev N., Dinariev O., Hurlmann M., Safonov S. Coupling Multiphase Hydrodynamic and NMR Pore-scale Modeling for Advanced Characterization of Saturated Rocks // SCA2014-026. 12 P.